

correction des SF

On a $(SS_1) = (SS_2)$ car S_1 et S_2 appartiennent à la même surface d'onde pour les ondes émises par S .

$$\delta(n) = \frac{ay}{b'_2}$$

Si M était point source, S_1 et H appartiendraient à la même surface d'onde, donc $(MS_1) = (MH)$

Pour obtenir inverse de la lumière, $(S, H) = (HH)$.

Ans: $\delta(M) = (S_2 H) = m a \sin \theta \approx m a \theta$ or $\tan \theta = \frac{y}{b'} \approx \theta$

$$\delta(M) = n \frac{ay}{b'}$$

TDO2

Exercice 3 - Trous d'Young éclairés par un doublet

$$1) f(n) = \frac{a^n}{D} \quad (\text{on prend } n=1)$$

$$\text{Donc } p(n) = \frac{a^n}{dD} \quad \text{et } I(n) = 2I_m \left(1 + \cos \left(2\pi \frac{a^n}{dD} \right) \right)$$

d'interfrange est la période spatiale de $I(n)$. Ici $i = \frac{d_0 D}{a}$.

$$\text{On a } d_1 < d_2$$

$$\text{donc } i_1 < i_2$$

2) Non, les ondes de la raie 1 n'interfèrent pas avec les ondes de la raie 2 car elles sont incohérentes.

On peut donc sommer les éclaircissements :

$$\begin{aligned} I(n) &= I_1(n) + I_2(n) \\ &= 2I_m \left(2 + \cos \left(2\pi \frac{a^n}{d_1 D} \right) + \cos \left(2\pi \frac{a^n}{d_2 D} \right) \right) \\ &= 4I_m \left(1 + \cos \left(\pi \frac{a^n}{D} \left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} \right) \right) \cos \left(\pi \frac{a^n}{D} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right) \right) \right) \end{aligned}$$

$$\text{Or, } \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{d_1 + d_2}{d_1 d_2} \approx \frac{2d}{d^2} = \frac{2}{d}$$

$$\text{et } \frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} = \frac{d_2 - d_1}{d_1 d_2} \approx \frac{\Delta d}{d^2}$$

$$\text{Au final } I(n) = 4I_m \left(1 + \cos \left(\pi \frac{a^n}{D} \frac{2}{d} \right) \cos \left(\frac{2\pi a^n}{d D} \right) \right)$$

3) $\cos\left(\pi \frac{a^2}{D} \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}\right)$ a une période spatiale : $\frac{2D\lambda^2}{a\Delta\lambda}$ (notée P_1)

$\cos\left(2\pi \frac{a^2}{D} \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}\right)$ a une période spatiale $\frac{\lambda^2 D}{a}$ (notée P_2) et la m^{me} que l'interfrange

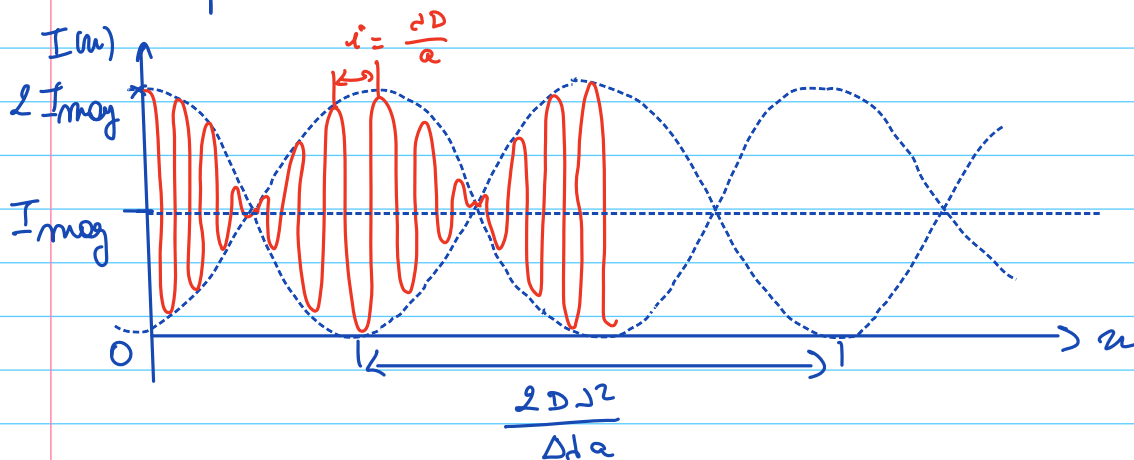
de la figure d'interférence générée par une source monochromatique de longueur d'onde λ .

$$\text{On a } \frac{P_1}{P_2} = \frac{2D\lambda^2}{a\Delta\lambda} \times \frac{a}{\lambda D} = \frac{2\lambda}{\Delta\lambda} \gg 1$$

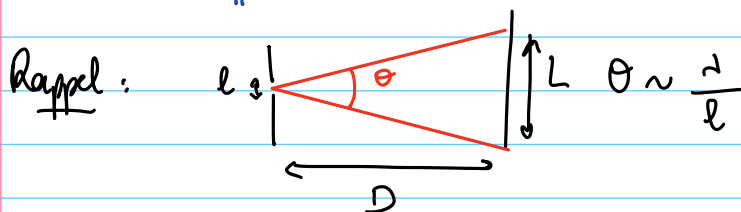
Donc $P_1 \gg P_2 \rightarrow$ le terme $\cos\left(\pi \frac{a^2}{D} \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}\right)$ varie donc très lentement par rapport au terme $\cos\left(2\pi \frac{a^2}{D} \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}\right)$.

$\rightarrow$ On peut donc interpréter $\cos\left(2\pi \frac{a^2}{D} \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}\right)$ comme un terme d'interférence

et $\cos\left(\pi \frac{a^2}{D} \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}\right)$ comme un terme de contraste qui varie lentement dans l'espace.



4) La figure d'interférence est surtout visible dans la tache centrale de la diffraction.



Calculons la taille de la tache centrale : $\theta \sim \frac{\lambda}{D} = \frac{\lambda}{d}$

Donc $L = \frac{\lambda D}{\alpha/10}$

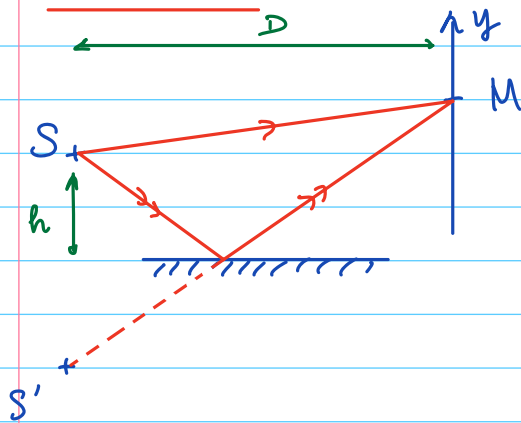
Comme il y a une frange ts les λ , il y a $\frac{L}{\lambda} = 10$ franges visibles.

La 1^{ère} annulation de contraste a lieu pour $n_2 = \frac{D \lambda^2}{2 \alpha \Delta \lambda} = 578 \lambda$

ie à la 578^e frange vers le haut

$\Rightarrow$ on ne voit pas l'effet de la polychromaticité de la source.

Exercice 4 - Miroir de Lloyd



- 1) Les rayons interférant en M viennent
 → directement de S (rayon 1)
 → sont réfléchis par le miroir (rayon 2)
 et sont donc éq. à un rayon qui viendrait de S'

- 2) cf calcul du cours, en n'oubliant pas le déphasage supplémentaire à la réflexion

$$\delta(n) = \frac{2h y}{D} + \frac{\pi}{2}$$

Donc $p(n) = \frac{2h y}{D} + \frac{\pi}{2}$

Ainsi
$$E(n) = 2 E_0 \left(1 + \cos \left(\frac{4\pi h y}{D} + \pi \right) \right)$$

$$= 2 E_0 \left(1 - \cos \left(\frac{4\pi h y}{D} \right) \right)$$

d'interfrange or
$$i = \frac{D}{2h}$$

3) Si l'extension est parallèle aux franges, la figure d'interférence est la même (même contraste) mais + lumineuse.

Si l'extension est perpendiculaire aux franges, la figure perd en contraste

4) Notons i' l'interfrange de l'image de la figure d'interférence.
 P le plan de l'écran et P' l'image de l'écran par la lentille

On a $f = \frac{i'}{i} = \frac{OP'}{OP}$ or $\frac{1}{OP'} - \frac{1}{OP} = \frac{1}{f'}$

Donc $\overline{OP'} = \frac{f' \times \overline{OP}}{f' + \overline{OP}}$ or $OP' = \frac{f' \times OP}{|f' + \overline{OP}|}$

Ainsi $i = \frac{i' \times OP}{f' \times OP} \times |f' + \overline{OP}|$

et
$$h = \frac{D}{2i} = \frac{600 \cdot 10^{-9} \times 25 \cdot 10^{-2} \times 10 \cdot 10^{-2}}{2 \times 1,7 \cdot 10^{-3} |10 \cdot 10^{-2} - 12 \cdot 10^{-2}|} = 0,25 \text{ mm}$$

Exercice 5 - Interféromètre de Rayleigh

• Etat initial: T_1 et T_2 remplis d'air $\delta(n) = \frac{n\alpha x}{D}$ en particulier $\delta(0) = 0$

• Au fur et à mesure qu'on fait le vide dans T_1 , on raccourcit le chemin optique du rayon passant par T_1 (car n diminue)
Pour garder la même différence de marche, il faut donc raccourcir géométriquement le chemin du rayon passant par T_2 et rallonger géométriquement
→ les franges se déplacent vers le bas.

et $\delta'(0) = (n_{\text{air}} - n_{\text{vide}}) l$ quand T_1 est vide

99 franges ont défilées et on a une frange sombre au final

$$\text{Donc } \delta'(0) = \delta(0) + 99\lambda + \frac{\lambda}{2}$$

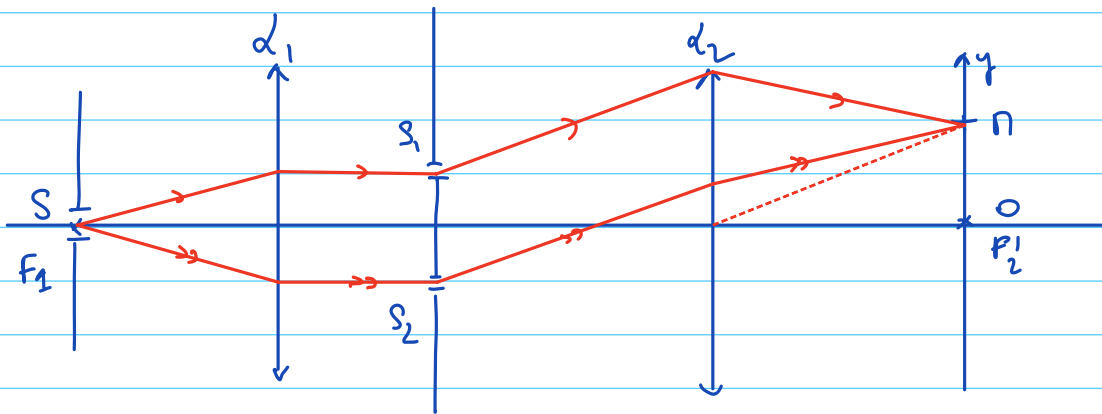
$$\text{Ainsi } (n_{\text{air}} - 1) l = 99\lambda + \frac{\lambda}{2}$$

$$n_{\text{air}} = \frac{99\lambda + \frac{\lambda}{2}}{l} + 1 = \underline{\underline{1,00029}}$$

Exercice 6 - Trou de Young avec 2 lentilles

- 1) Par L_1 , l'image de S est à l'infini sur l'axe optique.
 d'image par L_2 de cet objet intermédiaire est donc le foyer principal
 image F'_2 .

$$S \xrightarrow{d_1} \infty \xrightarrow{d_2} f'_2$$



- 2) On a $(SS_1) = (SS_2)$

Donc $\delta(n) = (S_1N) - (S_2N) \rightarrow \text{calcul du cosinus.}$

$$\delta(n) = \frac{ay}{f'_2}$$

On a alors $\mathcal{E}(n) = 2\mathcal{E}_0 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{ay}{f'_2}\right)\right)$

Les franges sont donc bien les droites $y = \text{cste}$
 or elles sont espacées de $i = \frac{f'_2 \lambda}{a}$.

- 3) Si S_1 remonte de e , on a $a' = a + e$ donc l'interfrange diminue.
 En revanche, la frange centrale ne se déplace pas car les chemins optiques S'_1O et S_2O sont toujours égaux (S'_1 et S_2 seraient toujours sur la même surface d'onde si O était source).

- 4) On n'a plus $(SS_1) = (SS_2)$

$$\delta(n) = \underbrace{(SS_1) - (SS_2)}_{\frac{ad}{f'_1}} + \underbrace{(S_1N) - (S_2N)}_{\frac{ay}{f'_2}} = a \left(\frac{d}{f'_1} + \frac{y}{f'_2} \right)$$

la frange qui était en 0 ($\delta(0)=0$) est décalée en $0'$ tel que

$$\delta'(0') = 0 = a \left(\frac{d}{b'_1} + \frac{y_{0'}}{f'_2} \right)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{y_{0'} = -\frac{b'_2}{b'_1} d} < 0 : \text{ la frange est décalée vers le bas.}$$

Rq: on peut aussi raisonner qualitativement:

si on monte S : on raccourcit (SS_1) par rapport à (SS_2)

Pour retrouver $\delta=0$, il faut rallonger le chemin 2
 $|SS_1| < |SS_2|$

$\Rightarrow$ les franges défilent vers le bas

5) Si on élargit S , il y a perte progressive et uniforme du contraste.

En effet, chaque point de la fente est une source incohérente or donne une figure d'interférence décalée d'après la question précédente.

Ainsi, les figures d'interférence décalées se somment et on perd en contraste.

Exercice 7 - Fentes d'Young éclairées par une fente source

1) On observe des franges d'équations $y = \text{cte}$

2) On a $\delta(n) = \frac{ay}{D}$

Donc $I(n) = 2 I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{ay}{D} \right) \right).$

3) Chaque bande source génère une figure d'interférences d'interfrange identique mais décalée les unes par rapport aux autres, ce qui brouille la figure finale.

On a brouillage total si $\tau_{\text{haut}} - \tau_{\text{centre}} > \frac{1}{2}$ avec τ_{haut} l'ordre d'interf. en M dû à la bande à l'extrémité haute et τ_{centre} l'ordre d'interf. en M dû à la bande au centre.

On a $\tau_{\text{centre}} = \frac{ay}{\lambda D}$

$\tau_{\text{haut}} = \frac{ay}{\lambda D} + \frac{a\varepsilon}{\lambda d}$ cf cours pour la démo

Donc $\Delta\tau = \frac{a\varepsilon}{\lambda d} > \frac{1}{2} \Leftrightarrow \boxed{\varepsilon > \frac{\lambda d}{2a}}$

4) Chaque bande émet une onde incohérente, on somme donc les éclairissements

Pour une bande donnée, on a un éclairissement

$$dI(n) = 2 I_y dy \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{ay}{D} + \frac{aY}{d} \right) \right) \right)$$

On a alors $I(n) = \int_{y=-\varepsilon}^{y=+\varepsilon} 2 I_y dy \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi a}{\lambda} \left(\frac{y}{D} + \frac{Y}{d} \right) \right) \right)$

$$\begin{aligned}
 5) \quad I(n) &= 2 I_y \left(\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \cos \left(\frac{2\pi a}{\lambda} \left(\frac{y}{d} + \frac{y}{D} \right) \right) dy \right) \\
 &= 2 I_y \left(2\varepsilon + \left[\frac{d\lambda}{2\pi a} \sin \left(\frac{2\pi a}{\lambda} \left(\frac{y}{d} + \frac{y}{D} \right) \right) \right]_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \right) \\
 &= 2 I_y \left(2\varepsilon + \frac{d\lambda}{2\pi a} \left(\sin \left(\frac{2\pi a}{\lambda} \left(\frac{\varepsilon}{d} + \frac{y}{D} \right) \right) - \sin \left(\frac{2\pi a}{\lambda} \left(\frac{-\varepsilon}{d} + \frac{y}{D} \right) \right) \right) \right) \\
 \left. \begin{aligned} \sin(a+b) - \sin(a-b) \\ = 2 \cos a \sin b \end{aligned} \right\} &= 2 I_y \left(2\varepsilon + \frac{d\lambda}{2\pi a} \times 2 \cos \left(\frac{2\pi a y}{\lambda D} \right) \sin \left(\frac{2\pi a}{\lambda} \frac{\varepsilon}{d} \right) \right) \\
 &= 4 I_y \varepsilon \left(1 + \underbrace{\frac{d\lambda}{2\pi a \varepsilon} \sin \left(\frac{2\pi a}{\lambda} \frac{\varepsilon}{d} \right)}_{\text{terme de contraste}} \underbrace{\cos \left(\frac{2\pi a y}{\lambda D} \right)}_{\text{terme d'interférences}} \right)
 \end{aligned}$$

6) Il y a brouillage si $\frac{d\lambda}{2\pi a \varepsilon} \sin \left(\frac{2\pi a}{\lambda} \frac{\varepsilon}{d} \right) = 0$

ce $\frac{2\pi a}{\lambda} \frac{\varepsilon}{d} = \pi$ (pas = 0 car $\frac{\sin x}{x} \xrightarrow{x \rightarrow 0} 1$)

ce $\boxed{\varepsilon = \frac{\lambda d}{2a}}$

on retrouve le résultat Q3 ! :)

Exercice 8 - 3 fentes d'Young

1) On a $\underline{s}_0(n, t) = A_0 \cos(\omega t) = A_0 \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} (sn)_0 + \varphi(s))$

Donc $\varphi(s) - \frac{2\pi}{\lambda} (sn)_0 = 0 \pmod{2\pi}$. i.e. $\varphi(s) = \frac{2\pi}{\lambda} (sn)_0 \pmod{2\pi}$.

or on a $\underline{s}_2(n, t) = A_0 \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} (sn)_2 + \varphi(s))$

$$= A_0 \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} (sn)_2 + \frac{2\pi}{\lambda} (sn)_0)$$

$$= A_0 \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} ((sn)_2 - (sn)_0))$$

Or on a $(sn)_2 - (sn)_0 = \frac{a z}{b'}$

Donc $\underline{s}_2(n, t) = A_0 \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} \frac{a z}{b'})$

i.e. $\underline{s}_2(n) = A_0 e^{-i \frac{2\pi}{\lambda} \frac{a z}{b'}}$

2) De même, on a $(sn)_1 - (sn)_0 = (sn)_0 - (sn)_2 = -((sn)_2 - (sn)_0)$

donc $\underline{s}_1(n) = A_0 e^{\frac{2\pi}{\lambda} \frac{a z}{b'}} = A_0 e^{-i \varphi(z)}$

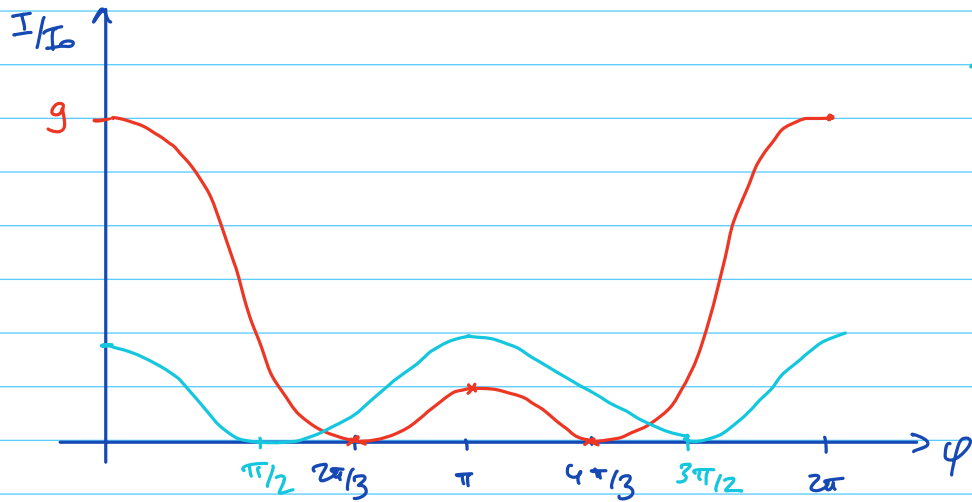
3) $\underline{s} = \underline{s}_0 + \underline{s}_1 + \underline{s}_2 = A_0 (1 + e^{i\varphi} + e^{-i\varphi})$

$$= A_0 (1 + 2 \cos \varphi)$$

On a $I(n) = K \langle s^2(n, t) \rangle = K \langle A_0^2 (1 + 2 \cos \varphi)^2 \cos^2(\omega t) \rangle$

$$I(n) = \frac{1}{2} K A_0^2 (1 + 2 \cos \varphi)^2 = \frac{1}{2} K A_0^2 \left(1 + 2 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{a z}{b'}\right)\right)^2$$

4) Pour $I_0 = \frac{KA_0^2}{2}$



ou avec 2 fentes.

$I(n)$ s'annule quand $1 + 2 \cos \varphi = 0$

$$\text{ie } \cos \varphi = -\frac{1}{2} \quad \text{ie } \varphi = \frac{2\pi}{3} \text{ ou } \frac{4\pi}{3}$$

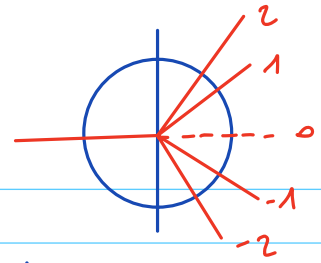
$I(n)$ atteint un max quand $\cos \varphi = 1$: on a alors $I(n) = 9I_0$

$$\text{ie } \varphi = 0 [2\pi]$$

On a par ailleurs $1 + 2 \cos \varphi$ minimum quand $\varphi = \pi$

ce sera alors un maximum local pour $(1 + 2 \cos \varphi)^2$ et de valeur 1.

Exercice 9 - Etalonnage d'un réseau



1) La formule des réseaux et la condition d'interférences constructives entre tous les ondes issues du réseau.

Pour l'ordre p , on a $\sin \theta_p - \sin \theta = \frac{\lambda}{a} p$. $p \in \mathbb{Z}$.

2) Si le réseau est éclairé en incidence normale, on a symétrie des ordres 1 et -1 et 2 et -2, i.e. $\theta_{-1} = -\theta_1$ et $\theta_{-2} = -\theta_2$

Ici, l'angle α est lu par rapport à une référence inconnue, mais si l'incidence est normale, on aura $|\theta_{-1} - \theta_{-2}| = |\theta_1 - \theta_2|$
i.e. $|\alpha_{-1} - \alpha_{-2}| = |\alpha_1 - \alpha_2|$

$$\text{Or } |\alpha_{-1} - \alpha_{-2}| = 42 + \frac{38}{60} - 23 - \frac{23}{60} = 19 - \frac{15}{60} = 19^\circ 15'$$

$$|\alpha_1 - \alpha_2| = 96 + \frac{40}{60} - 77 - \frac{20}{60} = 19^\circ 20'$$

ce qui valide l'hypothèse d'incidence normale.

3) Les ordres 1 et -1 étant symétriques, on a $|\theta_1| = |\theta_{-1}|$

$$\text{On a donc } 2|\theta_1| = |\alpha_1 - \alpha_{-1}|$$

$$\begin{aligned} \text{et } \sin \theta_1 &= \frac{\lambda}{a} \quad \text{Ainsi, } a = \frac{\lambda}{\sin \left(\frac{\alpha_1 - \alpha_{-1}}{2} \right)} = \frac{\lambda}{\sin \left(\frac{77 + \frac{20}{60} - 42 - \frac{38}{60}}{2} \right)} \\ &= \underline{1,45 \mu\text{m}} \end{aligned}$$

On vérifie qu'on obtient le même résultat pour l'ordre 2.

$$\text{On a donc } n = \frac{1}{a} = 686 \text{ traits/mm}$$

4) D'après la formule en incidence normale:

$$\frac{\sin \theta_p}{\sin \theta_p} = \frac{\lambda'}{\lambda} \quad \text{donc} \quad \lambda' = \frac{\sin((\alpha_2' - \alpha_2')/2)}{\sin((\alpha_2 - \alpha_{-2})/2)} = \underline{546 \text{ nm}}$$